

Validazione del codice di calcolo

Informativa sull'affidabilità dei codici di calcolo D.M. 17-01-2018 paragrafo 10.2.

Sono stati forniti degli esempi di calcolo, in allegato a questo documento, al fine di verificare la validità delle procedure di calcolo ed effettuare le procedure di controllo con altri strumenti di calcolo.

I **software GeoStru** sono dotati di sistemi di controllo dei dati di input e di output molto sofisticati i quali sono in grado di rilevare errori gravi tali da non consentire le corrette elaborazioni.



SLOPE

INDICE

Validazione del codice di calcolo	1
1 - NORMATIVE DI RIFERIMENTO	3
2- DEFINIZIONE	3
3-INTRODUZIONE ALL'ANALISI DI STABILITA'	3
3.1 - Metodo equilibrio limite (LEM)	3
3.1.1 - <i>Metodo dei conci</i>	4
3.1.1 - <i>Metodo di FELLENIUS (1927)</i>	5
3.1.3 - <i>Metodo di BISHOP (1955)</i>	5
3.1.4 - <i>Metodo di JANBU (1967)</i>	5
3.1.5 - <i>Metodo di BELL (1968)</i>	6
3.1.6 - <i>Metodo di SARMA</i>	7
3.1.7 - <i>Metodo di SPENCER</i>	8
3.1.8 - <i>Metodo di MORGENSTERN E PRICE</i>	9
4-VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA.....	10
5-RICERCA DELLA SUPERFICIE DI SCORRIMENTO CRITICA	10
<i>Esempio 11.5 – Colleselli-Soranzo [FILE: EX11.5 Colleselli-Soranzo]</i>	11
<i>Esempio 15.A.2 – Cestelli - Guidi [FILE: EX15.A.2 - Cestelli Guidi]</i>	11
Conclusioni	11

1 - NORMATIVE DI RIFERIMENTO

Norme tecniche per le Costruzioni (NTC 2018)

Norme tecniche per le Costruzioni (NTC 2008)

Eurocodice 7

Progettazione geotecnica – Parte 1: Regole generali. Eurocodice 8

Eurocodice 8

Indicazioni progettuali per la resistenza sismica delle strutture - Parte 5: Fondazioni, strutture di contenimento ed aspetti geotecnici.

2- DEFINIZIONE

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

3-INTRODUZIONE ALL'ANALISI DI STABILITA'

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale.

A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

- a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione (c) e angolo di resistenza al taglio (ϕ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.
- b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

3.1 - Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio (τ) e confrontate

con la resistenza disponibile (τ_f), valutata secondo il criterio di rottura di Coulomb, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza $F = \tau_f / \tau$. Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (Culman), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*). Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci

3.1.1 - Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a n , il problema presenta le seguenti incognite:

- n valori delle forze normali
- N_i agenti sulla base di ciascun concio;
- n valori delle forze di taglio alla base del concio T_i
- $(n-1)$ forze normali E_i agenti sull'interfaccia dei conci;
- $(n-1)$ forze tangenziali X_i agenti sull'interfaccia dei conci;
- n valori della coordinata a che individua il punto di applicazione delle E_i ;
- $(n-1)$ valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle X_i ;
- una incognita costituita dal fattore di sicurezza F .

Complessivamente le incognite sono $(6n-2)$.

mentre le equazioni a disposizione sono:

- Equazioni di equilibrio dei momenti n
- Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale n
- Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale n
- Equazioni relative al criterio di rottura n
- Totale numero di equazioni $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a $(n-2)$ in quando si fa l'assunzione che N_i sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite. I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le $(n-2)$ indeterminazioni.

3.1.1 - Metodo di FELLENIUS (1927)

Con questo metodo (*valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare*) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

- n valori delle forze normali N_i ;
 - n valori delle forze da taglio T_i ;
 - 1 fattore di sicurezza.
- Incognite ($2n+1$)

Le equazioni a disposizione sono:

- n equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;
- n equazioni relative al criterio di rottura;
- 1 equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{c_i \cdot l_i + (W_i \cdot \cos \alpha_i - u_i \cdot l_i) \cdot \tan \varphi_i\}}{\sum W_i \cdot \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

3.1.3 - Metodo di BISHOP (1955)

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$$\sum F_v = 0, \sum M_0 = 0, \text{ Criterio di rottura}$$

$$F = \frac{\sum \{c_i \cdot b_i + (W_i - u_i \cdot b_i + \Delta X_i) \cdot \tan \varphi_i\} \cdot \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \cdot \tan \varphi_i / F}}{\sum W_i \cdot \sin \alpha_i}$$

I valori di F e di ΔX per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre $\Delta X = 0$ ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

3.1.4 - Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi. Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\sum \{c_i \cdot b_i + (W_i - u_i \cdot b_i + \Delta X_i) \cdot \tan \varphi_i\} \cdot \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \cdot \tan \varphi_i / F}}{\sum W_i \cdot \tan \alpha_i}$$

Assumendo $\Delta X_i = 0$ si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propone inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove f_o è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

3.1.5 - Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno, W , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali $K_x W$ e $K_z W$, le forze orizzontali e verticali X e Z applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio s e t agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori u che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da *Taylor*.

In accordo con la legge della resistenza di *Mohr-Coulomb* in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' i -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i \cdot b_i + (W_i - u_i \cdot b_i) \cdot \tan \varphi_i}{F}$$

in cui:

F = il fattore di sicurezza;

c_i = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' i -esimo concio;

L_i = la lunghezza della base dell' i -esimo concio;

u_{ci} = la pressione dei pori al centro della base dell' i -esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[C_1 \cdot (1 - K_z) \frac{W_i \cdot \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 \cdot f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione: $W_i \cos \alpha_i / L_i$ = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci. Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left(\frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove x_0 ed x_n sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre x_{ci} rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i -esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno $K_z g$ può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore $(1 - K_z)$. Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} \cdot L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza F , sostituendo l'espressione di N_i e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario C_3 .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza

$$F = F(2) + \left(\frac{1 - c_3(2)}{c_3(2) - c_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

Il corretto valore di F può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri F e C_3 .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

3.1.6 - Metodo di SARMA

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica K_c) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in n strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale N_i agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

- L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;
- L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;
- L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i = W_i - \Delta X_i$$

$$T_i \cos \alpha_i + N_i \sin \alpha_i = W_i - \Delta E_i$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\Delta E_i = 0$$

$$\Delta X_i = 0$$

dove E_i e X_i rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia i -esima del concio generico i .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$* \sum \Delta X_i \cdot \tan(\Psi'_i - \alpha_i) + \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i$$

$$* * \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \tan(\Psi'_i - \alpha') + (x'_i - x_G)] = \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G)$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di K (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione K corrispondente al fattore di sicurezza $F = 1$, ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$$K = K_c \text{ accelerazione critica se } F = 1$$

$$F = F_s \text{ fattore di sicurezza in condizioni statiche se } K = 0$$

La seconda parte del problema del Metodo di **Sarma** è quella di trovare una distribuzione di forze interne X_i ed E_i tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze X_i :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove Q_i è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla i -esima faccia del concio i , e λ rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di K_c , λ e F , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

3.1.7 - Metodo di SPENCER

Il metodo è basato sull'assunzione:

- a) le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo θ .

b) tutti i momenti sono nulli $M_i = 0 \quad i=1.....n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione $f(x) = 1$.

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$1) \sum Q_i R \cdot \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{\tan \alpha}{F} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[\frac{F + \tan \phi \tan(\alpha - \theta)}{F} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

θ = angolo d'inclinazione della forza Q_i rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i R \cos \theta) = 0$$

$$\sum (Q_i R \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze Q_i parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$2) \sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo (F_{sm}) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo (F_{sf}) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze.

In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo θ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia $F_{sm} = F_{sf}$.

3.1.8 - Metodo di MORGENSTERN E PRICE

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo $X = \lambda f(x)E$, dove λ è un fattore di scala e $f(x)$, funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante.

La funzione $f(x)$ è scelta arbitrariamente (costante, senoide, semisenoide, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse.

Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza Fs, il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F} + \tan \varphi' \left(\frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - \tan \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \frac{dU}{dx} \right) = \frac{dE}{dx} - \tan \alpha \left(\frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

Queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento.

Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

4-VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

La stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene verificata con il metodo pseudostatico.

Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica vengono considerate le seguenti forze:

$$F_H = K_x \cdot W$$

$$F_V = K_y \cdot W$$

Essendo:

- F_H e F_V rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;
- W : peso concio
- K_x : Coefficiente sismico orizzontale
- K_y : Coefficiente sismico verticale

I risultati, in termini di carico limite al netto del fattore di sicurezza, sono

5-RICERCA DELLA SUPERFICIE DI SCORRIMENTO CRITICA

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici. Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia

mxn e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

Esempio 11.5 – Colleselli-Soranzo [FILE: EX11.5 Colleselli-Soranzo]

Il caso si riferisce ad uno scavo in terreno costituito da argilla con una resistenza di taglio senza drenaggio $c_u=3\text{t/m}^2$, con angolo di attrito interno $\phi=0$ e con un peso di volume $\gamma=1.8\text{ t/m}^3$.

Si esamini il problema della verifica di stabilità con il metodo dei conci o svedese. Il risultato, presentato in termini di fattore di sicurezza, è il seguente:

$$FS_{\text{SLOPE}}=1.63$$

$$FS_{\text{TESTO}}=1.66$$

$$\frac{FS_{\text{SLOPE}} - FS_{\text{TESTO}}}{FS_{\text{TESTO}}} \% = -1.84\%$$

Esempio 15.A.2 – Cestelli - Guidi [FILE: EX15.A.2 - Cestelli Guidi]

Si verifica, con riferimento alle condizioni di rottura (equilibrio limite ultimo), la stabilità di una scarpata, a lungo termine od in condizioni drenate (condizioni più svantaggiose), in una argilla sovraconsolidata non fessurata microscopicamente avente $c' = 1\text{ bar}$, $\phi'=18^\circ$ e $\gamma=1.7\text{ t/m}^3$.

Il risultato, presentato in termini di fattore di sicurezza, è il seguente:

$$FS_{\text{SLOPE}}=1.77$$

$$FS_{\text{TESTO}}=1.82$$

$$\frac{FS_{\text{SLOPE}} - FS_{\text{TESTO}}}{FS_{\text{TESTO}}} \% = -2.47\%$$

Conclusioni

Si evidenzia dai test effettuati l'affidabilità del software in oggetto. Si riscontrano scarti minimi nella valutazione del fattore di sicurezza dovuti ad approssimazioni di tipo numerico.